

מבחן פטור במתמטיקה

פרק 25 - חשבון דיפרנציאלי - נגזרת סתומה

תוכן העניינים

1. כללי 1

נגזרת סתומה

שאלות

- (1) גזור את הפונקציה הסתומה: $x^2 + y^5 - y = 1$.
- (2) גזור את הפונקציה הסתומה: $4 \ln x + 10 \ln y = y^2$.
- (3) גזור את הפונקציה הסתומה: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{xy}$.
- (4) מצא את משוואת המשיק למעגל: $x^2 + y^2 = 25$, בנקודה $(3, 4)$.
- (5) מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה הסתומה: $xy^2 + y - x = xy$ דרך הנקודה $(1, 2)$ הנמצאת על גרף הפונקציה.
- (6) מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה הסתומה: $x^2y + e^{y^2-4x} = \ln x + 1$ דרך הנקודה $(1, 1)$ הנמצאת על גרף הפונקציה.
- (7) מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה הסתומה: $\sqrt{xy+y} + x^2y = xy^2$ דרך הנקודה $(1, 2)$ הנמצאת על גרף הפונקציה.
- (8) מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה הסתומה: $e^{xy^2} + y = y^2 - 1$ דרך הנקודה $(0, 2)$ הנמצאת על גרף הפונקציה.
- (9) נתונה הפונקציה הסתומה: $x + y \cdot e^y = xy^2 + x^2$.
א. מצא את הנקודות על גרף הפונקציה בהן $y = 0$.
ב. מצא את משוואות הישרים המשיקים של גרף הפונקציה בנקודות שמצאת בסעיף א.
- (10) גזור את הפונקציה הסתומה: $x^y - xy = 10$.
- (11) גזור את הפונקציה הסתומה: $x^y - y^x = 1$.
- (12) נתונה פונקציה סתומה: $xy - y^3 + x^2 - x = 0$. מצא את ערך y בנקודה בה $y = 1$.

תשובות סופיות

$$5y^4 - 1 \neq 0 : \text{בתנאי} , y' = \frac{-2x}{5y^4 - 1} \quad (1)$$

$$\frac{10}{y} - 2y \neq 0 : \text{בתנאי} , y' = \frac{-\frac{4}{x}}{\frac{10}{y} - 2y} \quad (2)$$

$$\sqrt{x} \neq 0 , \sqrt{y} \neq 1 : \text{בתנאי} , y' = \frac{\sqrt{y} - 1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{2\sqrt{y}}{1 - \sqrt{x}} \quad (3)$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4} \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$y = \frac{1}{5}x + 1\frac{4}{5} \quad (6)$$

$$y = \frac{1}{5}x + 1\frac{5}{6} \quad (7)$$

$$y = \frac{4}{3}x + 2 \quad (8)$$

$$(0,0), (1,0) \text{ א.} \quad (9)$$

ב. משוואת המשיק ב- $(0,0)$: $y = -x$, משוואת המשיק ב- $(1,0)$: $y = x - 1$

$$x^y \cdot \ln x - x \neq 0 : \text{בתנאי} , y' = \frac{y - x^y \cdot \frac{y}{x}}{x^y \cdot \ln x - x} \quad (10)$$

$$x^y \cdot \ln x - y^x \cdot \frac{x}{y} \neq 0 : \text{בתנאי} , y' = \frac{-x^y \cdot \frac{y}{x} + y^x \cdot \ln y}{x^y \cdot \ln x - y^x \cdot \frac{x}{y}} \quad (11)$$

$$y'' = -1 \quad (12)$$